



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Autor:Mgr. Gabriela Procházková

Datum: listopad 2012

Ročník:sexta osmiletého gymnázia

Vzdělávací oblast:matematika

Tematická oblast: matematika a její aplikace

Téma:funkce

Klíčová slova: kvadratická nerovnice, rozklad na kořenové činitele, nulové body, grafické řešení

Anotace: výukový program zavádí pojem kvadratická nerovnice a její řešení.

Zpracování tohoto DUM bylo financováno z projektu OPVK, Výzva 1.5.

KVADRATICKÉ NEROVNICE

Kvadratické nerovnice- řešení

Kvadratická nerovnice - obecná:

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c > 0$$

pro všech nerovnice platí $a \neq 0$

Kvadratické nerovnice- řešení

Kvadratické rovnice jiného typu :

$ax^2 + c \geq 0$ bez lineárního členu

$ax^2 + bx \geq 0$ bez absolutního členu

$ax^2 \geq 0$ ryze kvadratická rovnice

(nerovnice může mít opět znaménka - \leq , $<$, $>$,
u všech opět platí $a \neq 0$)

Kvadratické nerovnice-řešení

Průsečíky s osou x:

A.řešením kvadratické rovnice – průsečíky s osou x

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad D = b^2 - 4ac$$

$D > 0$ – dva různé průsečíky

$D = 0$ – jeden průsečík

$D < 0$ – žádný průsečík

Kvadratické nerovnice-řešení

Průsečíky s osou x:

B.pomocí rozkladu na kořenové činitele

$ax^2 + bx + c =$ **má kořeny x_1, x_2**

$$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

kořenové činitele

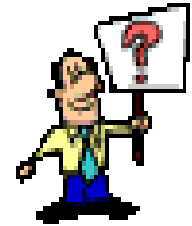
$$x - x_1, x - x_2$$

C.úpravou rovnice

Kvadratické nerovnice- PŘÍKLAD rozkladem kvadratického trojčlenu

Řeš v R kvadratickou nerovnici :

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$



1. ROZKLADEM kvadratického trojčlenu:

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \iff (x-3)(x+1) > 0$$

Co jsme tímto rozkladem získali ?

(vzpomeňte na výpočet kvadratické rovnice)

Kvadratické nerovnice- řešení rozkladem

ODPOVĚD:

- Zjistíme kořeny kvadratické rovnice

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 3, x_2 = -1$$

- Zjistíme průsečíky grafu s osou x

$$(x-3)(x+1) > 0$$

$$x_1 = 3, x_2 = -1$$

Kvadratické nerovnice- řešení rozkladem

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \iff (x-3)(x+1) > 0$$

dále řešíme jako nerovnici v podílovém tvaru

$$(x-3)(x+1) > 0 \iff$$

$$[(x-3) > 0 \wedge (x+1) > 0] \cup [(x-3) < 0 \wedge (x+1) < 0]$$

$$(x-3) > 0$$

$$(x-3) < 0$$

$$(x+1) > 0$$

$$(x+1) < 0$$

$$K_1 = (3, \infty)$$

$$K_2 = (-\infty, -1)$$

$$K = K_1 \cup K_2 = (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$$

Kvadratické nerovnice- PŘÍKLAD

řešení- nulové body

Řeš v \mathbb{R} kvadratickou nerovnici :

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

2. POMOCÍ NULOVÝCH BODŮ.

$$(x-3)(x+1) > 0$$

nulové body – 3 a -1

.....-1.....3.....

 (- ∞ , -1) (-1, 3) (3, ∞)

x-3 - - +

x+1 - + +

součin + - +

$$K = (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$$

Kvadratické nerovnice- PŘÍKLAD

grafické řešení

Řeš v \mathbb{R} kvadratickou nerovnici :

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

3. Grafické řešení:

rozdělím nerovnici na dvě funkce

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

$f(x)$

$g(x)$

narýsuji grafy – dle kapitoly kvadratická a lineární funkce – průsečík funkcí je řešením

$$K = (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$$

Kvadratické nerovnice- PŘÍKLAD

PŘÍKLADY -

Řeš v \mathbb{R} kvadratické nerovnice :

1. $x^2 - 3x - 28 > 0$ $(-\infty, -4) \cup (7, \infty)$

2. $x^2 - 3x - 28 \leq 0$ $\langle -4, 7 \rangle$

3. $-x^2 + x - 17 \geq 0$ \emptyset

Kvadratické nerovnice- PŘÍKLAD

PŘÍKLADY -

Nerovnice řešte v **daných množinách** :

1. $6x^2 + 7x \leq -2$ **v** $(-\infty ; 0,5)$

2. $-x^2 + 3x - 3 < 0$ **v** \mathbb{Z}

3. $(x + 1)^2 \leq 0$ **v** \mathbb{N}

Kvadratické nerovnice- PŘÍKLAD