



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Autor:** Mgr. Gabriela Procházková

**Datum:** listopad 2012

**Ročník:** sexta osmiletého gymnázia

**Vzdělávací oblast:** matematika

**Tematická oblast:** matematika a její aplikace

**Téma:** funkce

**Klíčová slova:** kvadratická funkce – definice, vlastnosti, vrchol

**Anotace:** výukový program zavádí pojem kvadratická funkce, vlastnosti funkce a grafy funkcí a jejich procvičování.

**Zpracování tohoto DUM bylo financováno z projektu OPVK, Výzva 1.5.**

# KVADRATICKÁ FUNKCE

KVADRATICKÁ  
FUNKCE

# KVADRATICKÁ FUNKCE - DEFINICE

Kvadratickou funkci nazýváme každou funkci zadanou předpisem  
**f:  $y = ax^2 + bx + c$**  ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  a  $a \neq 0$ .

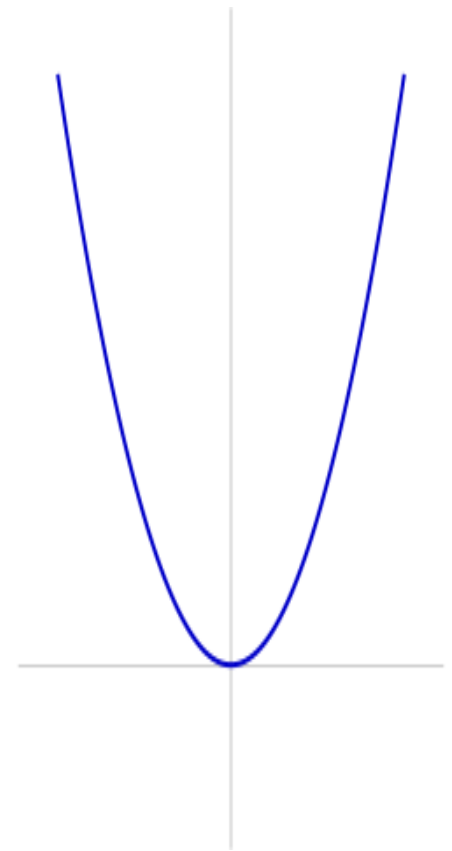
Grafem dané funkce

**PARABOLA**

- osa paraboly je **rovnoběžná s osou y**

Průsečík osy paraboly a paraboly nazveme **VRCHOLEM V** paraboly  
**V** [  $-b/2a, c - b^2/4a$  ]

obr. 1



# KVADRATICKÁ FUNKCE- poznámky

A) Definiční obor funkce  $D(f)=\mathbb{R}$

B) Kvadratickou funkci rozdělujeme podle koeficientu  $a$ .

C) V předpisu kvadratické funkce **musí být  $a \neq 0$** .  
Proč tomu tak je?



# KVADRATICKÁ FUNKCE

Správná odpověď – C)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Kdyby  **$a \neq 0$** , pak by kvadratická rovnice měla tvar  **$f: y = 0 \cdot x^2 + b \cdot x + c = b \cdot x + c$**

➡ to je předpis pro lineární funkci.



# KVADRATICKÁ FUNKCE

Kvadratickou funkci rozdělujeme podle koeficientu **a**.

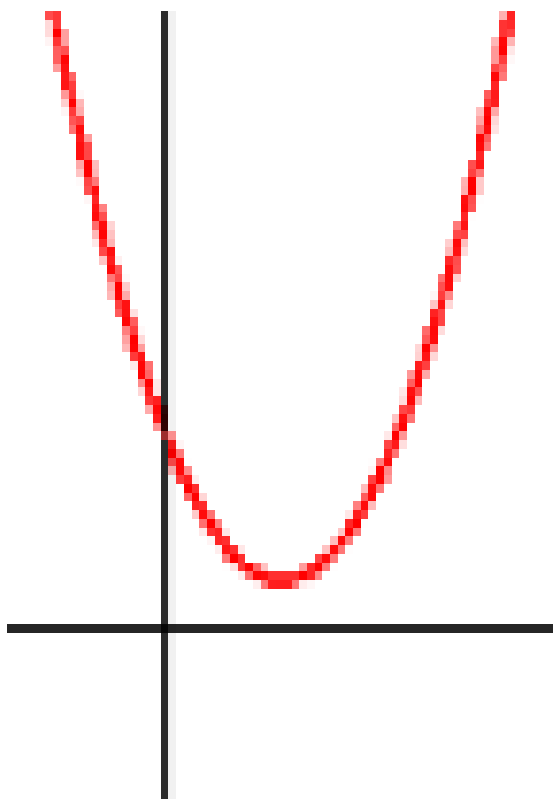
Koeficient **a** rozhoduje, zda je parabola **otevřená nahoru** nebo **dolu**.

**$a > 0$**  **parabola je otevřená nahoru.**

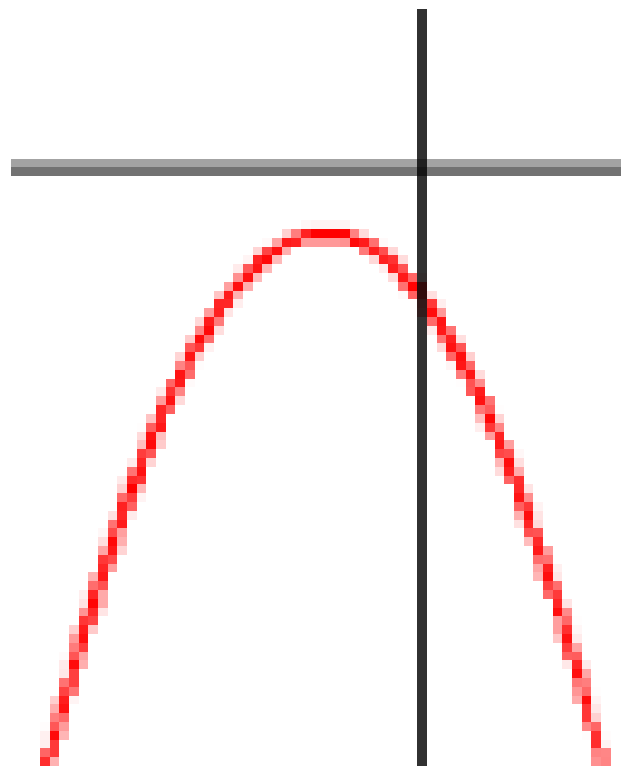
**$a < 0$**  **parabola je otevřená dolů.**

# KVADRATICKÁ FUNKCE - GRAF

$f: y = ax^2 + bx + c, a > 0$



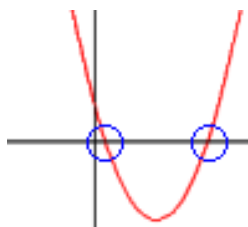
$f: y = -ax^2 + bx + c, a < 0$



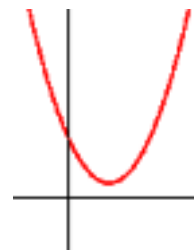
obr. 2 a, b

# KVADRATICKÁ FUNKCE- GRAFY

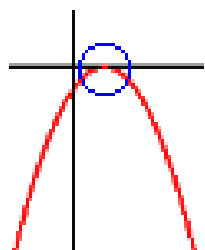
Ukázky grafů kvadratické funkce:



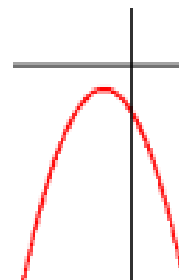
obr. 3 a)  $y = x^2 - 5x + 2$



b)  $y = x^2 - x + 1$



c)  $y = -x^2 + 2x - 1$



d)  $y = -x^2 - 2x - 2$



# KVADRATICKÁ FUNKCE

## vyšetření funkce

Rozdělení fce dle koeficientu **a**: **a > 0**

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \left\langle c - \frac{b^2}{4a}, \infty \right\rangle$$

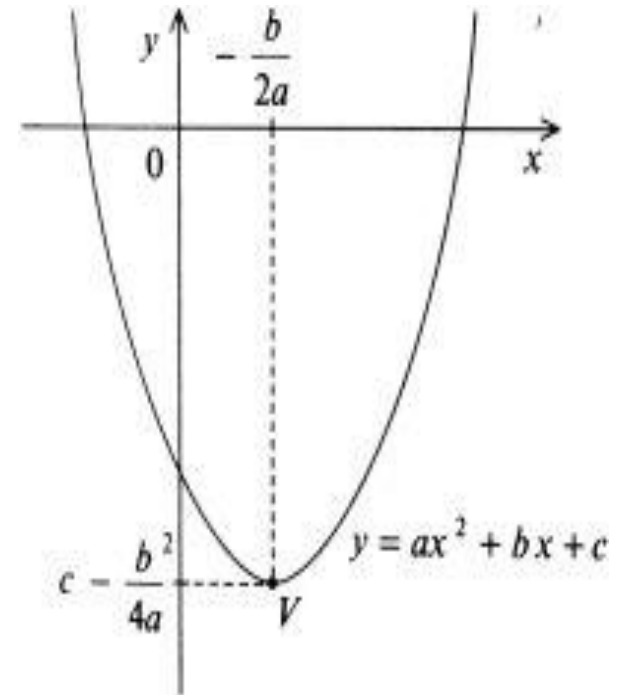
**omezenost** – zdola je  
- shora není  
**minimum** v bodě  $-b/2a$   
**maximum** nemá

**monotónnost**

rostoucí v  $\langle -b/2a, \infty \rangle$   
klesající v  $(-\infty, -b/2a \rangle$

ani sudá ani lichá

obr. 4



# KVADRATICKÁ FUNKCE

## vyšetření funkce

Rozdělení fce dle koeficientu  $a$ :  $a < 0$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \left( -\infty, c - \frac{b^2}{4a} \right)$$

**omezenost** – zdola není  
- shora je

**minimum** nemá

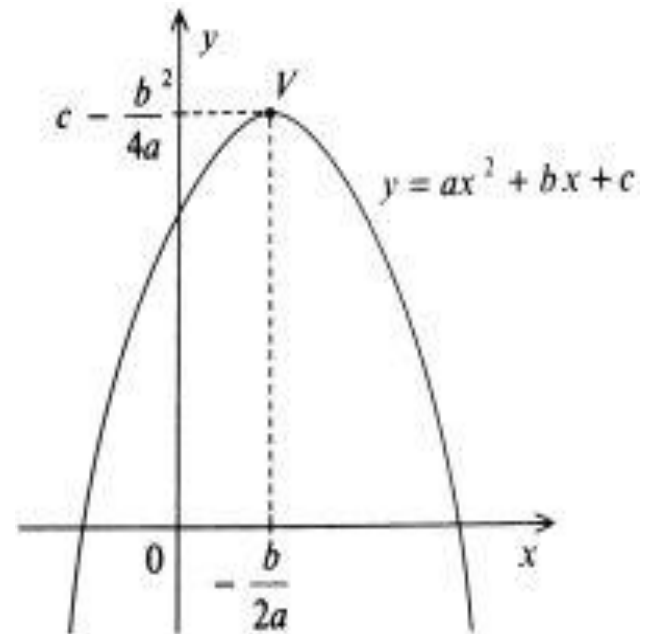
**maximum** v bodě  $-b/2a$

**monotónnost**

klesající v  $\left( -b/2a, \infty \right)$

rostoucí v  $\left( -\infty, -b/2a \right)$

ani sudá ani lichá      obr. 5



# KVADRATICKÁ FUNKCE- PŘÍKLADY

1. Načrtni grafy funkcí a urči jejich vlastnosti:

(pracujte ve dvojicích a ve třech skupinách)

Grafy a vlastnosti porovnejte.

a) f:  $y = x^2 - 3x - 4$

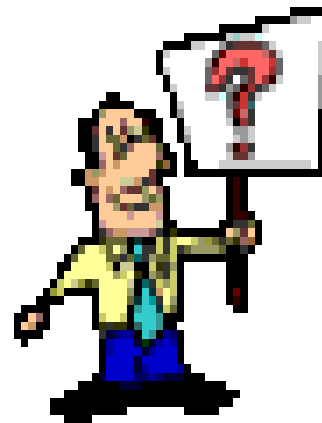
a) f:  $y = -x^2 + 3x + 4$

b) f:  $y = x^2 + 6x$

b) f:  $y = -x^2 + 6x$

c) f:  $y = -x^2 + 9$

c) f:  $y = x^2 - 9$

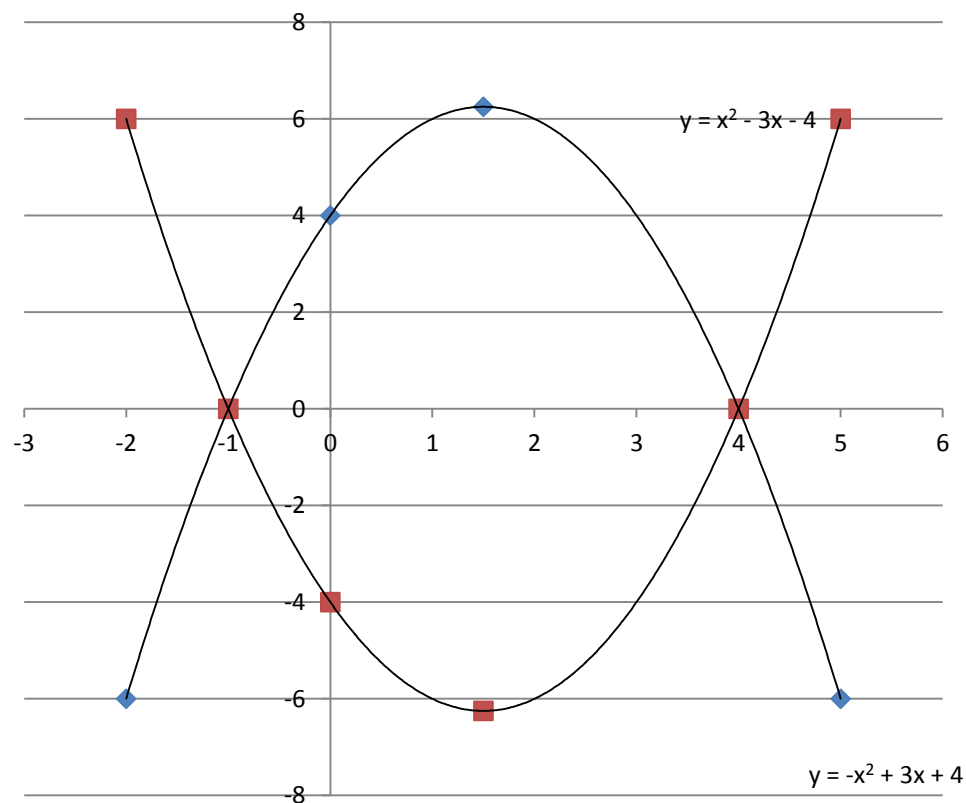


# KVADRATICKÁ FUNKCE- PŘÍKLADY

SPRÁVNĚ – skupina a

$$f: y = x^2 - 3x - 4$$

$$f: y = -x^2 + 3x + 4$$

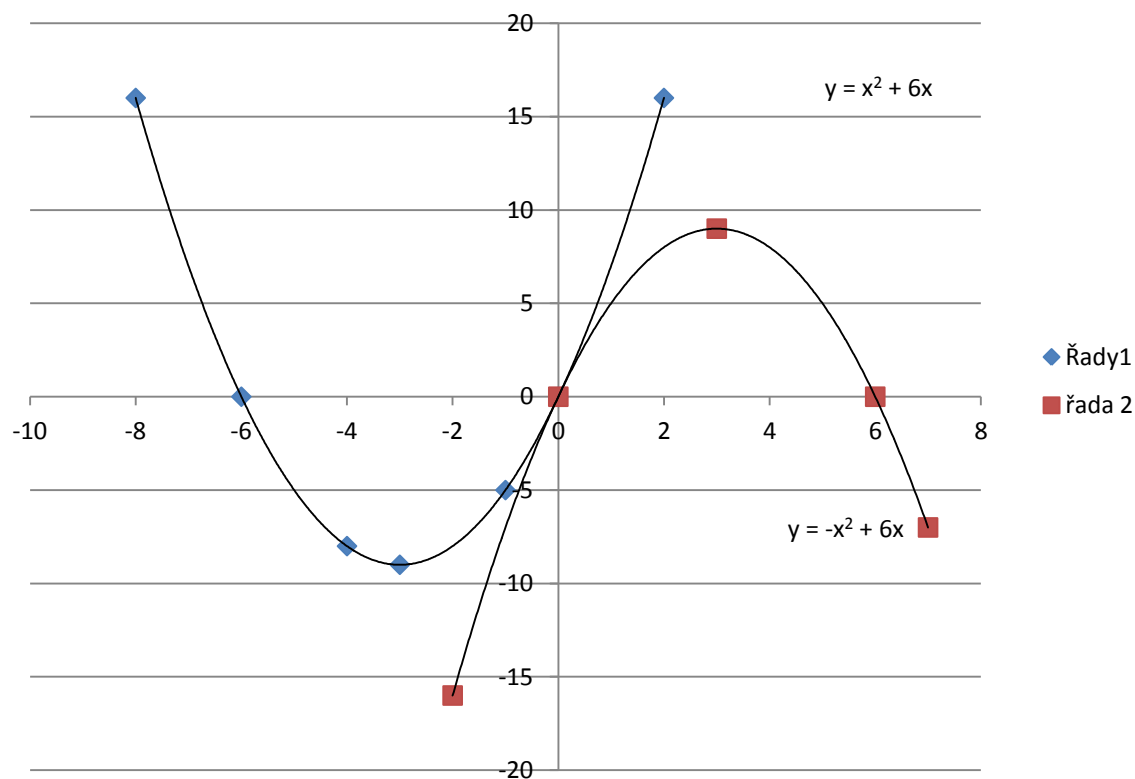


# KVADRATICKÁ FUNKCE- PŘÍKLADY

SPRÁVNĚ – skupina b

f:  $y = x^2 + 6x$

f:  $y = -x^2 + 6x$

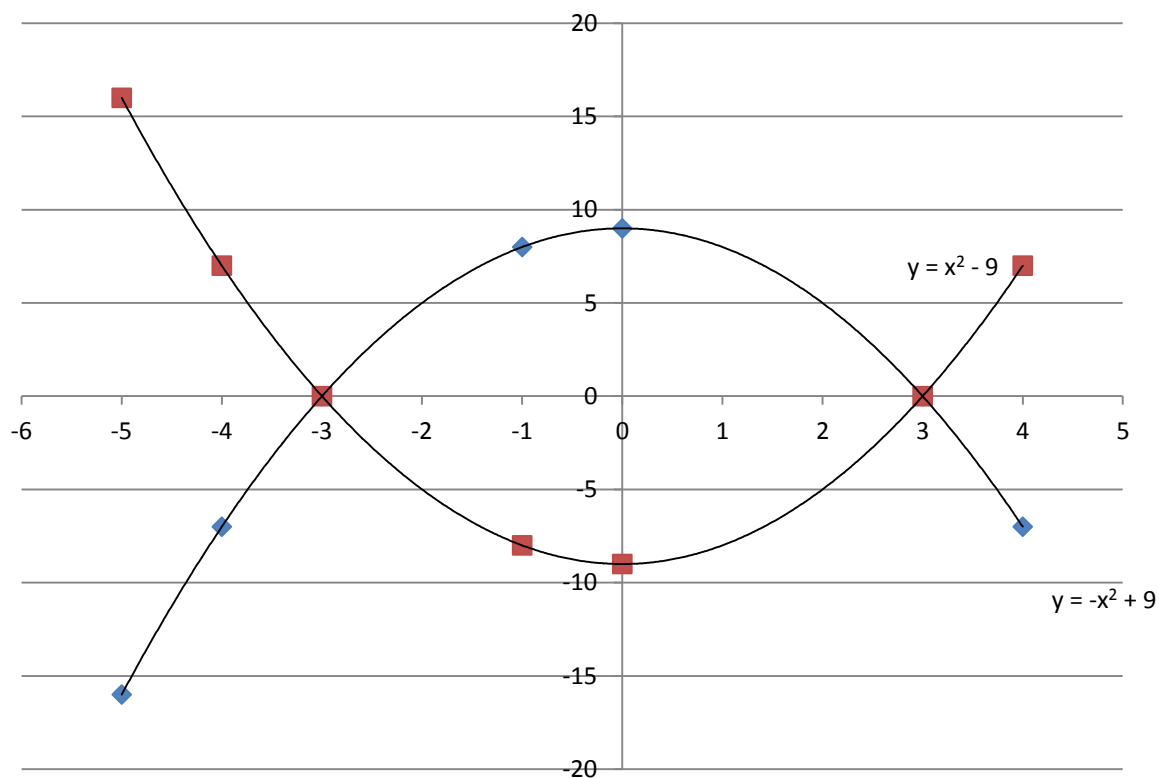


# KVADRATICKÁ FUNKCE- PŘÍKLADY

SPRÁVNĚ – skupina c

**f:  $y = x^2 + 6x$**

**f:  $y = -x^2 + 6x$**



# KVADRATICKÁ FUNKCE- PŘÍKLADY

1. Načrtni grafy funkcí a dané funkce  $f$  vyšetři v

$D(f)=\mathbb{R}$  :

A)  $y = 2x^2 - x - 4$

B)  $y = -x^2 + x + 2$

C)  $y = x^2 + 5x$

D)  $y = -x^2 + x$

E)  $y = -x^2 + 4$

F)  $y = x^2 - 1$

Urči vrchol  $V$  každá funkce

# KVADRATICKÁ FUNKCE

obr.1

[http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Quadratic\\_function.svg](http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Quadratic_function.svg)

obr.2a,b

[http://cs.wikipedia.org/wiki/Kvadratick%C3%A1\\_rovnice](http://cs.wikipedia.org/wiki/Kvadratick%C3%A1_rovnice)

obr.3a,b,c,d,

[http://cs.wikipedia.org/wiki/Kvadratick%C3%A1\\_rovnice](http://cs.wikipedia.org/wiki/Kvadratick%C3%A1_rovnice)

obr.4

[http://www.sps-cl.cz/~huzva/Soubory/Matematika/07\\_kvadraticka\\_rovnice\\_funkce/Kvadraticka\\_funkce/Kvadraticka\\_funkce.html](http://www.sps-cl.cz/~huzva/Soubory/Matematika/07_kvadraticka_rovnice_funkce/Kvadraticka_funkce/Kvadraticka_funkce.html)

obr.5

[http://www.sps-cl.cz/~huzva/Soubory/Matematika/07\\_kvadraticka\\_rovnice\\_funkce/Kvadraticka\\_funkce/Kvadraticka\\_funkce.html](http://www.sps-cl.cz/~huzva/Soubory/Matematika/07_kvadraticka_rovnice_funkce/Kvadraticka_funkce/Kvadraticka_funkce.html)