

Vzdálenost bodů, střed úsečky

2

Dr.Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

16.3.2013

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie

Vzdálenost bodů, střed úsečky

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

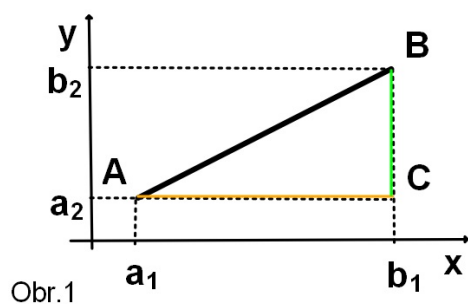


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdálenost bodů

Vzdálenosti bodů v rovině můžeme jednoduše určit pomocí Pythagorovy věty.



$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

Př.1 :

Urči vzdálenost H[7,5] a M[11,2]

$$|HM| = \sqrt{(11 - 7)^2 + (2 - 5)^2} = 5$$

V prostoru postupujeme obdobně :

$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

Př.2

Jsou dány body A[8,-5,0] B[4,-1,4].

Najdi na ose x bod P, který má od obou bodů stejnou vzdálenost.

Pro bod P na ose x platí : P[p,0,0]. Souřadnice bodu dosadíme do rovnice. Platí $|AP| = |BP|$

$$\begin{aligned}\sqrt{(8-p)^2 + 25} &= \sqrt{(4-p)^2 + 1 + 16} \quad / \square^2 \\ 64 - 16p + p^2 + 25 &= 16 - 8p + p^2 + 17 \\ p &= 7\end{aligned}$$

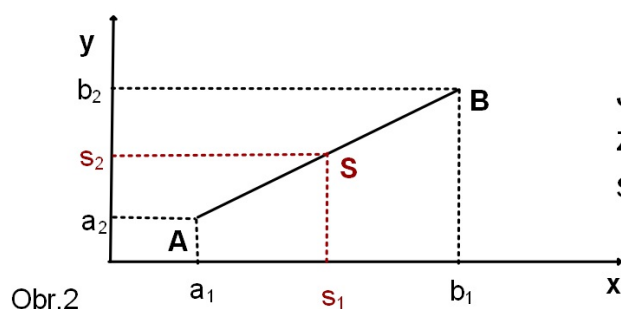
řešením je P[7,0,0]

Pracovní list :

1. Vypočítej vzdálenost bodů A,B
 - a. $A[1,2,3]$, $B[3,2,1]$
 - b. $A[4,0,3]$, $B[5,1,3]$
2. Urči reálné p tak, aby platilo $|AB| = \sqrt{10}$. $A[2+p,2,1]$, $B[3,-p,2]$
3. Bod P leží na ose y . Urči jeho souřadnice, jestliže má od
· $A[4,-1,-5]$ třikrát větší vzdálenost než od bodu $B[2,1,1]$.
4. Jsou dány body $A[3-p,-3+2p,2]$, $B[-1,0,-1]$. Urči reálné p tak,
· aby byla vzdálenost bodů nejmenší.

Střed úsečky

Střed úsečky je bod, který je od obou konců stejně vzdálen.



Je zřejmé, že souřadnice bodu S získáme jako **aritmetický průměr** souřadnic krajních bodů úsečky.

Rovina - $S[s_1, s_2]$

$$s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}, \quad s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2}$$

Prostor - $S[s_1, s_2, s_3]$

$$s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}, \quad s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2}, \quad s_3 = \frac{a_3 + b_3}{2}$$

Př.1

Jsou dány body $A[1,3,5]$, $[3,1,7]$. Urči souřadnice středu S úsečky AB .

$$s_1 = \frac{1+3}{2}, s_2 = \frac{3+1}{2}, s_3 = \frac{5+7}{2}$$

$$\text{tedy } s_1 = 2, s_2 = 2, s_3 = 6$$

$$S[2, 2, 6]$$

Př.2

Jsou dány body $A[1,3,5]$, $S[-3,1,7]$. Urči souřadnice bodu A tak, aby byl S středem úsečky AB .

$$-3 = \frac{1+b_1}{2}, 1 = \frac{3+b_2}{2}, 7 = \frac{5+b_3}{2}$$

$$\text{tedy } b_1 = -7, b_2 = -1, b_3 = 9$$

$$A[-7, -1, 9]$$

Pracovní list :

1. Vypočítejte souřadnice středu S úsečky AB.

a. $A[1, -1, 2]$, $B[0, 3, 1]$

b. $A[1, -3, -1]$, $B[2, 5, 1]$

2. Vypočítejte souřadnice bodu A tak, aby bod S byl střed úsečky AB.

a. $B[1, 1, 3]$, $S[-1, 0, 1]$

b. $B[2, 0, 1]$, $S[-1, -3, -2]$

3. Je dána krychle $ABCD A'B'C'D'$. $A[0, 4, 0]$, $B[4, 4, 0]$, $C[?, 0, 0]$, $A'[?, ?, 4]$.

a. Určete souřadnice zbývajících bodů.

b. Určete souřadnice středu K úsečky AD

c. vypočítejte vzdálenost $IA'KI$

Zdroj :

Končadrle, M., L. Boček: Analytická geometrie pro gymnázia. Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha, 1999.

Obrázky :

Obr.1,2 - Brom