

Násobení vektoru číslem

5

Dr. Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

21.3.2013

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie - Vektory

Násobení vektoru číslem

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Násobení vektoru číslem



Je dán vektor $\vec{u} = B-A$. Násobek nenulového vektoru $\vec{u}$ číslem k je vektor $k\vec{u}$, pro který platí

1. $|\vec{AC}| = |k| \cdot |\vec{AB}|$
2. je-li $k \geq 0$, leží bod C na polopřímce AB, je-li $k < 0$, leží bod C na polopřímce opačné k polopřímce AB.

$$\vec{C}-\vec{A} = k \cdot \vec{u}$$

Geometricky se jedná vlastně o stejnoolehlost $H(A,k)$

Souřadnice nového vektoru, ať již v prostoru nebo v rovině určíme vynásobením původních souřadnic číslem k .

$$\vec{u}(u_1, u_2, u_3) \Rightarrow k \vec{u} = (ku_1, ku_2, ku_3)$$

Vlastnosti násobení :

$$\begin{aligned}0 \cdot \mathbf{u} &= \mathbf{o} \\ (-1) \cdot \mathbf{u} &= -\mathbf{u} \\ k(l\mathbf{u}) &= (kl)\mathbf{u} \\ k(\mathbf{v} + \mathbf{u}) &= k\mathbf{v} + k\mathbf{u} \\ (k+l)\mathbf{u} &= k\mathbf{u} + l\mathbf{u}\end{aligned}$$

Př.1

Vypočítejte souřadnice vektoru $\mathbf{u} = 2(3, 2, -5) + 3(-2, -1, 3)$

řešením je vektor $\mathbf{u} = (0, 1, -1)$

Důležité pro naši práci je nalezení **lineární kombinace** vektorů.
Lineární kombinací jednoho vektoru je jeho násobek.
Vektor, který je lineární kombinací více vektorů, musí splňovat rovnici

$$\mathbf{w} = a\mathbf{u} + b\mathbf{v} + \dots$$

Počet vektorů v kombinaci není nijak omezen.

Př.2

Zjisti, zda je vektor $w(-2,4,-6)$ lineární kombinací vektorů $u(1,3,-2), v(2,1,1)$

Vektor musí splňovat rovnici $w=au+bv$

$$-2 = a+2b$$

$$4 = 3a+b$$

$$-6 = -2a+b$$

Řešením této jednoduché soustavy získáme $a=2, b=-2$. Tyto hodnoty vyhovují i třetí rovnici. Jedná se o lineární kombinaci.

S pojmem lineární kombinace souvisí pojem **lineární závislost (nezávislost) vektorů**.

Jestliže se například vektor $\mathbf{u}$ nedá vyjádřit jako násobek vektoru $\mathbf{v}$, říkáme, že vektory jsou lineárně nezávislé (LN).

Například vektory $\mathbf{u}(1,2,3)$ a $\mathbf{v}(2,4,5)$ jsou LN,
vektory $\mathbf{u}(1,3,-2)$ a $\mathbf{v}(-2,-6,2)$ jsou LZ

Pracovní list :

1. Vypočítej lineární kombinaci $au+bv$, $au-bv$

- a. $a=2, b=-1, u=(1,3), v=(-1,7)$
- b. $a=0, b=3, u=(1,-2), v=(1,5)$
- c. $a=-3, b=3, u=(1,1,2), v=(-2,-1,3)$
- d. $a=2, b=-2, u=(-3,-1,5), v=(1,0,-1)$

2. Urči a, b tak, aby platilo :

- a. $3(1+a, -1)+2(1, 6b)=(8, 3)$
- b. $(3+a)(3, 1, -2)-2(1, 1+b, 1)=(13, -1, -12)$
- c. $(3+a)(3, 1, -2)-2(1, 1+b, 1)=(13, -1, -12)$

3. Je vektor u lineární kombinací vektorů a, b ?

- a. $u=(3, -1, 1), a(3, 1, 0), b(2, 2, -1)$
- b. $u=(5, 2, 5), a(2, 2, 3), b(-1, 2, 1)$

4. V trojúhelníku ABC je P střed strany BC.

Dokaž, že platí $(B-A)+2(C-B)+3(A-C)=2(A-P)$

Zdroj :

Končadrle, M., L. Boček: Analytická geometrie pro gymnázia. Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha, 1999.