

Násobení vektoru číslem

5

Dr.Brom Jiří
Gymnázium Týn nad Vltavou
21.3.2013

Výukový materiál pro Oktávu
Matematika - Analytická geometrie - Vektory
Násobení vektoru číslem
Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



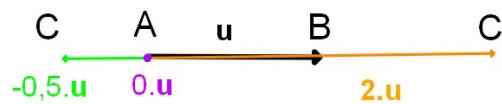
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost
2007-13

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Násobení vektoru číslem



Je dán vektor $\vec{u} = B-A$. Násobek nenulového vektoru \vec{u} číslem k je vektor $k\vec{u}$, pro který platí

1. $|AC| = |k|\cdot|AB|$
2. je-li $k \geq 0$, leží bod C na polopřímce AB, je-li $k < 0$, leží bod C na polopřímce opačné k polopřímce AB.

$$C-A = k \cdot \vec{u}$$

Geometricky se jedná vlastně o stejnolehlost $H(A, k)$

Souřadnice nového vektoru, ať již v prostoru nebo v rovině určíme vynásobením původních souřadnic číslem k.

$$\vec{u} (u_1, u_2, u_3) \Rightarrow k \vec{u} = (ku_1, ku_2, ku_3)$$

Vlastnosti násobení :

$$\begin{aligned}0 \cdot \mathbf{u} &= \mathbf{0} \\(-1) \cdot \mathbf{u} &= -\mathbf{u} \\k(l\mathbf{u}) &= (kl)\mathbf{u} \\k(\mathbf{v}+\mathbf{u}) &= k\mathbf{v}+k\mathbf{u} \\(k+l)\mathbf{u} &= k\mathbf{u}+l\mathbf{u}\end{aligned}$$

Př.1

Vypočítejte souřadnice vektoru $\mathbf{u}=2(3,2,-5)+3(-2,-1,3)$

řešením je vektor $\mathbf{u}=(0,1,-1)$

Důležité pro naši práci je nalezení **lineární kombinace** vektorů.
Lineární kombinací jednoho vektoru je jeho násobek.
Vektor, který je lineární kombinací více vektorů, musí splňovat rovnici

$$\mathbf{w}=a\mathbf{u}+b\mathbf{v}+\dots$$

Počet vektorů v kombinaci není nijak omezen.

Př.2

Zjisti, zda je vektor $w(-2,4,-6)$ lineární kombinací vektorů $u(1,3,-2), v(2,1,1)$

Vektor musí splňovat rovnici $w=au+bv$

$$-2 = a+2b$$

$$4 = 3a+b$$

$$-6 = -2a+b$$

Řešením této jednoduché soustavy získáme $a=2, b=-2$.

Tyto hodnoty vyhovují i třetí rovnici. Jedná se o lineární kombinaci.

S pojmem lineární kombinace souvisí pojem **lineární závislost**
(nezávislost) vektorů.

Jestliže se například vektor **u** nedá vyjádřit jako násobek vektoru **v**, říkáme, že vektory jsou lineárně nezávislé (LN).

Například vektory **u**(1,2,3) a **v**(2,4,5) jsou LN,
vektory **u**(1,3,-2) a **v**(-2,-6,2) jsou LZ

Pracovní list :

1. Vypočítej lineární kombinaci $au+bv$, $au-bv$
 - a. $a=2, b=-1, u=(1,3), v=(-1,7)$
 - b. $a=0, b=3, u=(-1,-2), v=(1,5)$
 - c. $a=-3, b=3, u=(1,1,2), v=(-2,-1,3)$
 - d. $a=2, b=-2, u=(-3,-1,5), v=(1,0,-1)$
2. Urči a, b tak, aby platilo :
 - a. $3(1+a, -1) + 2(1, 6b) = (8, 3)$
 - b. $(3+a)(3, 1, -2) - 2(1, 1+b, 1) = (13, -1, -12)$
 - c. $(3+a)(3, 1, -2) - 2(1, 1+b, 1) = (13, -1, -12)$
3. Je vektor u lineární kombinací vektorů a, b ?
 - a. $u=(3,-1,1), a=(3,1,0), b=(2,2,-1)$
 - b. $u=(5,2,5), a=(2,2,3), b=(-1,2,1)$
4. V trojúhelníku ABC je P střed strany BC.
Dokaž, že platí $(B-A)+2(C-B)+3(A-C)=2(A-P)$

Zdroj:

**Končadrle,M.,L.Boček: Analytická geometrie pro
gymnázia.** Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha,
1999.