

Tečna paraboly

13

Dr. Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

30.12.2012

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie - Kuželosečky - Parabola -

Tečna paraboly

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



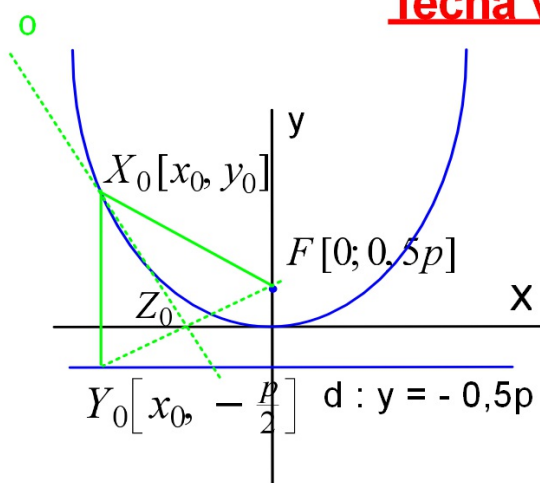
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tečna v bodě paraboly



Bod $X_0[x_0, y_0]$
je **dotykový bod** tečny.

▲ X_0FY_0 je rovnoramenný.

Střed Z_0 jeho základny FY_0

leží na ose x .

Tečnou paraboly je tedy osa úsečky Y_0F ,

její normálový vektor je $\bar{a} = Y_0 - F = (x_0, -p)$

$t: ax + by + c = 0 \Rightarrow t: x_0x - py + c = 0$

bod X_0 vyhovuje její rovnici $X_0: x_0^2 - py_0 + c = 0$

odtud $c = -x_0^2 + py_0 = 2py_0 - 2py_0 = -py_0$ ($X_0 \in p: x_0^2 = 2py_0$)

Tečna má tedy tvar $xx_0 - py - py_0 = 0$

Pokud má parabola vyjádření $(x - m)^2 = 2p(y - n)$

má tečna rovnici $t: (x_0 - m)(x - m) = p(y_0 - n) + p(y - n)$

pokud má parabola vyjádření $(y - n)^2 = 2p(x - m)$

má tečna rovnici $t: (y_0 - n)(y - n) = p(x_0 - m) + p(x - m)$

$p > 0$

Př.1:

Je dán bod $M[2,2]$ paraboly s rovnicí $p: y^2 - 6x + 8 = 0$

Určete přímky, které mají s parabolou jeden společný bod. Načrtněte.

1)

Rovnici paraboly rozepíšeme $t: yy_0 - 3x - 3x_0 + 8 = 0$

a dosadíme souřadnice bodu M $t: 2y - 3x + 2 = 0$

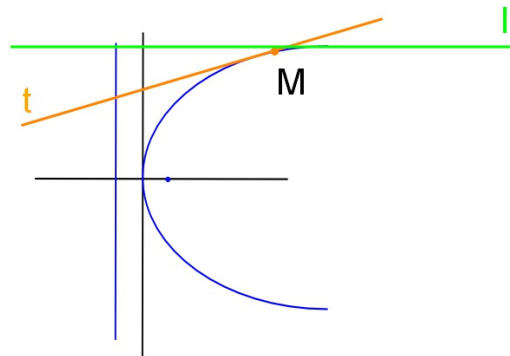
2)

druhou přímkou bude rovnoběžka s osou x . $x: y = 0$ $\vec{n}(0, 1)$

$l: ax + by + c = 0 \rightarrow l: 0x + 1y + c = 0$

Dosadíme M a určíme c $1 \cdot 2 + c = 0 \rightarrow c = -2$

$l: y - 2 = 0$



Př.2 :

Napiš rovnici tečny paraboly rovnoběžné s přímkou $n : x + y - 1 = 0$.

Rovnice paraboly $p : y^2 - 3x + y - 2 = 0$

rovnoběžka bude mít stejnou směrnici $k = -1 \Rightarrow t : y = -x + d$

dosadíme do rovnice paraboly

$$(-x + d)^2 - 3x + (-x + d) - 2 = 0$$

získáme kvadratickou rovnici

$$x^2 + x(-4 - 2d) + d^2 + d - 2 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -4 - 2d, \quad c = d^2 + d - 2$$

$$D = 12d + 24 \Rightarrow d = -2$$

Rovnice tečny je $t : y = -x - 2$

Pracovní list :

1. Napiš rovnici tečny paraboly v bodě $O[0,0]$ $p : y^2 - 4y + 12x = 0$
2. Napiš rovnici tečny k parabole v bodě $T(1,2)$, $p : y^2 = 4x$
3. Najdi rovnici tečny paraboly rovnoběžné s přímkou $n : y = x$, rovnice paraboly $p : y^2 - 4y - 6x + 22 = 0$
4. Najdi rovnici tečny paraboly kolmé na přímku $m : x - 7 = 0$, rovnice paraboly $p : 2x^2 + y - 4 = 0$

Zdroj :

**Končadrle, M., L. Boček: Analytická
geometrie pro gymnázia.**

*Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha,
1995.*