Druhá definice kuželosečky

19

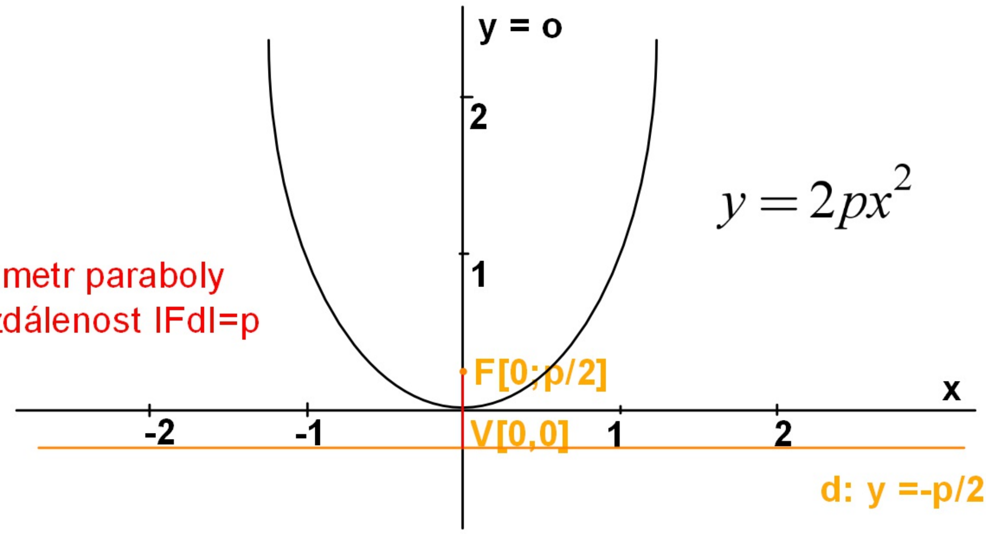
Dr.Brom Jiří
Gymnázium Týn nad Vltavou
14.1.2013
Výukový materiál pro Oktávu
Matematika - Analytická geometrie - Kuželosečky -
Druhá definice kuželosečky
Využití - výklad a procvičení tématu

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Druhá definice kuželosečky.

Nejprve si připomeneme definici paraboly :

Df. :
Parabola je množina všech bodů roviny, které mají stejnou vzdálenost od daného bodu F - ohniska a řídící přímky - d. Ohnisko neleží na řídící přímce.



$$y = 2px^2$$

parametr paraboly
je vzdálenost IFdI=p

Víme, že platí IEXI = IdXI. Pokud uvedenou rovnost vyjádříme poměrem, získáme : $\frac{|EX|}{|pX|} = 1$

Př.1:

Urči množinu všech bodů roviny, které mají stejnou vzdálenost od bodu $F[0,0]$ a přímky $d: x = 4$

$\frac{|FX|}{|pX|} = 1 \Rightarrow \left|FX\right| = \left|pX\right|$ dosadíme

$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{|x-4|}{1}$ po úpravách $\boxed{y^2 = -8(x-2)}$

Řešením je tedy parabola $V[2,0]$, ohnisko $F[0,0]$

řídící přímka $d: x = 4$

Př.2:

Urči množinu všech bodů roviny, které mají dvakrát větší vzdálenost od přímky $d: x = 4$ než od bodu $F[0, 0]$.

Odpovídá podmínce $\frac{|XF|}{|Xp|} = \frac{1}{2}$ upravíme na $2|XF| = |Xp|$

a dosadíme souřadnice $2\sqrt{x^2 + y^2} = |x - 4|$

rovnici umocníme a upravíme $4x^2 + 4y^2 = x^2 - 8x + 16$

$3x^2 + 4y^2 + 8x - 16 = 0 \rightarrow 3\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 + 4y^2 = \frac{64}{3}$

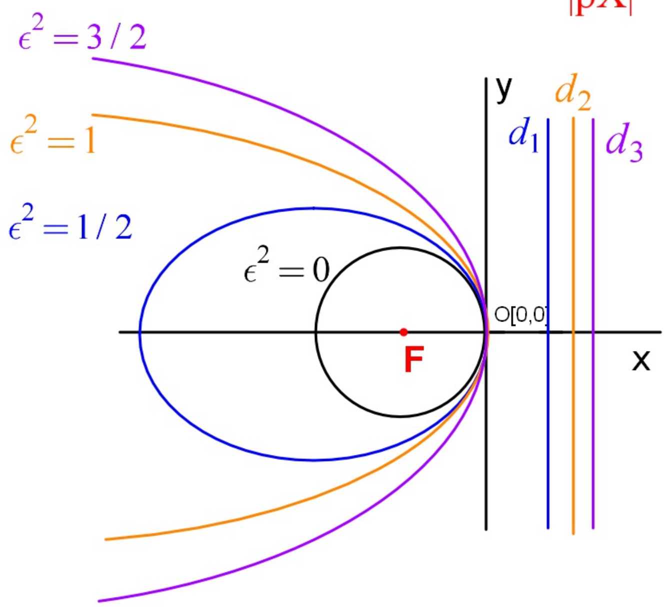
Získáme rovnici elipsy $\boxed{\frac{\left(x+\frac{4}{3}\right)^2}{\frac{64}{9}} + \frac{y^2}{\frac{64}{12}} = 1}$

$S\left[-\frac{4}{3}, 0\right],\ a = \frac{8}{3},\ b = \frac{8}{\sqrt{12}}$

Kuželosečky lze tedy také charakterizovat jako křivky,určené jejich řídící přímkou d a bodem E, od nichž má každý bod kuželosečky konstantní poměr vzdálenosti

Tento poměr značíme ε **- číselná výstřednost**

$$\epsilon = \frac{|FX|}{|pX|}$$



$0 < \epsilon < 1$ elipsa $\epsilon = \frac{e}{a}$

$\epsilon = 1$ parabola

$\epsilon > 1$ hyperbola $\epsilon = \frac{e}{a}$

Pracovní list :

1. Urči množinu bodů roviny, které mají dvakrát větší vzdálenost od bodu F[0,0] než od přímky d : $x = 4$
2. Urči množinu bodů roviny, které mají dvakrát větší vzdálenost od přímky p : $x = 6$ než od F[0,0].
3. Urči množinu bodů roviny, které mají třikrát větší vzdálenost od bodu F[0,0] než od přímky d : $x = 2$

Zdroj :
Končadrle M.,L.Boček: Analytická geometrie pro gymnázia.
Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha, 1995

Populární encyklopedie matematiky
překlad Charvát F., Šmelhaus J.
SNTL, Praha 197