

Určení kuželosečky

20

Dr. Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

17.1.2013

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie - Kuželosečky -

Kuželosečky - opakování

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Určení kuželosečky

Připomeňme si analytická vyjádření kuželoseček, s kterými jsme se seznámili.

$$\text{Kružnice} : (x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

$$\text{Elipsa} : \frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{Parabola} : (x - m)^2 = 2p(y - n) \\ (y - n)^2 = 2p(x - m)$$

$$\text{Hyperbola} : \frac{(x-m)^2}{a^2} \pm \frac{(y-n)^2}{b^2} = \pm 1$$

V zadání úlohy se často můžeme setkat **obecným zápisem** a požadavkem **určit o jakou kuželosečku se jedná**.

Je proto dobré si řádně zapamatovat středové (vrcholové) vyjádření kuželosečky.

Základní rozlišení je pak jednoduché.

- **parabola** - druhá mocnina je **jen u x nebo jen u y**
- **kružnice** - absolutní člen u druhých mocnin x a y je **stejný**
- **elipsa** - absolutní člen u druhých mocnin x a y **se liší, stejná znaménka** druhých mocnin
- **hyperbola** - **odlišná znaménka** druhých mocnin u x a y

Př.1:

Urči o jaký útvar se jedná a zázorni jej graficky.

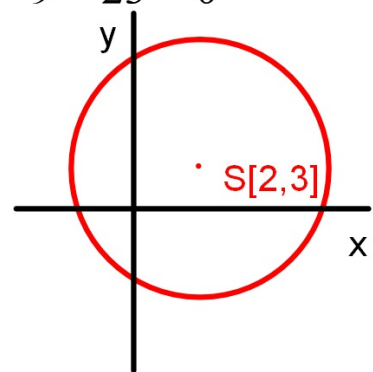
$$\underline{x^2 + y^2 + 4x - 6y - 23 = 0}$$

Absolutní člen u x^2 i u y^2 je stejný, s velkou pravděpodobností se jedná o kružnici.

$$\text{Upravíme: } (x^2 - 4x + 4)^2 - 4 + (y^2 - 6y + 9) - 9 - 23 = 0$$

$$\text{tedy: } (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 36$$

Jedná se o kružnici, $S[2, 3]$, $r = 6$



Př. 2:

Urči, zda se jedná o rovnici kuželosečky a pokud ano, načrtni ji.

$$\underline{9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 32 = 0}$$

Znaménko u x^2 je kladné, znaménko u y^2 je záporné.

Můžeme mít podezření na hyperbolu.

$$\text{Upravíme } 9(x^2 + 4x + 4) - 36 - 4(y^2 - 2y + 1) + 4 + 32 = 0 \rightarrow \\ 9(x + 2)^2 - 4(y - 2)^2 = 0 \text{ to nemůže být rovnice kuželosečky!}$$

Upravíme podle vzorce pro $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$[3(x + 2) - 2(y - 1)] \times [3(x + 2) + 2(y - 1)]$$

$$(3x - 2y + 8) \times (3x + 2y + 4) = 0$$

Rovnici vyhovují dvě přímky.

Pracovní list :

Popiš a znázorni útvar daný rovnicí –

1) $x^2 + y^2 - 10x = -9$

2) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 10 = 0$

3) $x^2 + 2x - 2y + 3 = 0$

4) $25x^2 + 4y^2 - 12y - 91 = 0$

5) $x^2 + 2y^2 - 4x - 16y + 36 = 0$

6) $4x^2 - 4y^2 - 8x + 16y - 37 = 0$

Zdroj :

**Kubát J., Drubý D., Pilgr J.,
Matematika - Sbírka úloh pro střední školy,
Nakladatelství Prometheus, Praha, 1996**