

Kružnice a přímka

3

Dr. Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

22.12.2012

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie - Kuželosečky -

Kružnice a přímka

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

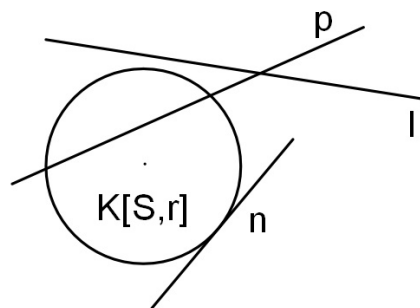


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Kružnice a přímka

Přímka s kružnicí může mít dva průsečíky, jeden průsečík nebo může být vnější přímkou.



Při určení vzájemné polohy zpravidla dosazujeme z rovnice přímky do rovnice kružnice. U vznikající kvadratické rovnice je nejvýhodnější sledovat hodnoty diskriminantu D .

Pro přímku p bude D větší než nula - 2 průsečíky s kružnicí

pro přímku n bude D roven nule - 1 průsečík s kružnicí

pro přímku l bude D menší než nula - žádný vzájemný průsečík.

Př.1

Urči vzájemnou polohu přímky $p : 2x - y - 8 = 0$ a kružnice s rovnicí
 $k : x^2 + y^2 - 2x + 4 = 0$

Z rovnice přímky vyjádříme $y = 2x - 8$

dosadíme do rovnice kružnice

$$x^2 + (2x - 8)^2 - 2x + 4 = 0$$

Po úpravách získáme kvadratickou rovnici:

$$5x^2 - 34x + 68 = 0$$

$$a = 5, b = -34, c = 68 \Rightarrow D = -204$$

Přímka nemá s kružnicí žádný průsečík.

Př.2

Diskutujte vzájemnou polohu přímky $p : y = 2x + d$
a kružnice $k : x^2 + y^2 - 2 = 0$

dosadíme do rovnice kružnice

$$x^2 + (x + d)^2 - 2 = 0$$

získáme kvadratickou rovnici

$$2x^2 + 2xd + d^2 - 2 = 0$$

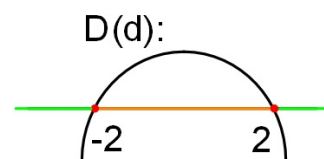
$$a = 2, \quad b = 2d, \quad c = d^2 - 2$$

$$D = -4d^2 + 16 \quad D \text{ položíme rovno nule}$$

přímka je pro $d_1 = -2$, $d_2 = 2$ tečnou

pro $d \in (-2, 2)$ sečnou

pro $d \in \mathbb{R} - \langle -2, 2 \rangle$ vnější přímkou



Př.3

Napiš rovnici tečny kuželosečky rovnoběžné s přímkou $p : 2x - y + 2 = 0$

k: $x^2 + y^2 - 8x - y + 5 = 0$

Rovnoběžné přímky mají stejné směrnice.

$y = 2x + 2$, $k = 2$

hledaná přímka má tedy vyjádření $n : y = 2x + d$.

d určíme dosazením do rovnice kružnice.

$$x^2 + (2x + d)^2 - 8x - (2x + d) + 5 = 0$$

po úpravách získáme kvadratickou rovnici:

$$5x^2 + x(4d - 10) + d^2 - d + 5 = 0$$

$$a = 5, b = 4d - 10, c = d^2 - d + 5$$

$D = -4d^2 - 60d$ D položíme roven nule a získáme dva kořeny

$$d_1 = 0, d_2 = 15$$

Existují tedy 2 tečny, $t_1: y = x$, $t_2: y = x + 15$

Pracovní list :

1. Urči průsečíky přímky $y = 2x$ a kružnice $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$
2. Diskutuj vzájemnou polohu přímky $p : y = 2x + d$ a kružnice s rovnicí $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$
3. Ukaž, že pro každé reálné t , leží bod $K[2+3\cos t, 7+3\sin t]$ na kružnici se středem $S[2,7]$ a poloměrem $r = 5$.
4. Napiš rovnici kružnice, která prochází bodem $M[2,4]$ a dotýká se obou souřadnicových os.
5. Napiš rovnici kružnice, která prochází středy stran trojúhelníku ABC. $A[1,5]$, $B[3,9]$, $C[5,-3]$.

Zdroj :

**Končadrle, M., L. Boček: Analytická
geometrie pro gymnázia.**

*Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha,
1995.*