

Tečna kružnice

4

Dr. Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

23.12.2012

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie - Kuželosečky -

Kružnice a přímka - Tečna

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tečna kružnice

Tečna má analytické vyjádření $t : ax + by + c = 0$

Bod X_0 vyhovuje rovnici

$$X_0 : ax_0 + by_0 + c = 0$$

normálový vektor $n(a, b)$ vyjádříme ve tvaru $n(x_0 - m, y_0 - n)$

a dosadíme do rovnice tečny.

Po úpravách dostaneme

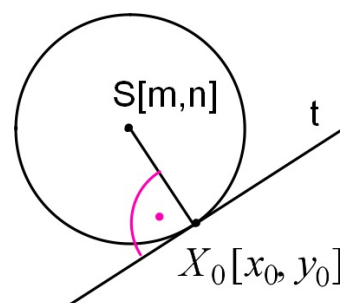
$$(1) (x_0 - m)x + (y_0 - n)y - [(x_0 - m)x_0 + (y_0 - n)y_0] = 0$$

Zároveň bod X_0 vyhovuje středové rovnici kružnice

$$(2) (x_0 - m)^2 + (y_0 - n)^2 = r^2$$

Rovnice 1 a 2 sečteme a získáme rovnici tečny

$$(x_0 - m)(x - m) + (y_0 - n)(y - n) = r^2$$



Př.1:

Kružnice je dána středem $S[2,5]$ a poloměrem $r = 5$. Napiš její rovnici v jejím bodě $A[-1,1]$

$$k : (x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$$

rovnici rozepíšeme a dosadíme souřadnice bodu A

$$(x - 2)(-1 - 2) + (y - 5)(1 - 5) = 25$$

po úpravě získáme rovnici tečny

$$t : -3x - 4y + 1 = 0$$

Rozepsáním **obecné rovnice kružnice** získáme opět rovnici tečny.

$$k : x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0$$

rozepíšeme:

$$t : xx_0 + yy_0 - m(x + x_0) - n(y + y_0) + p = 0$$

Př. 2 :

Napiš rovnici tečny ke kružnici v bodě T[3,17]

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y - 140 = 0$$

rovnici rozepíšeme :

$$t : xx_0 + yy_0 + 2x + 2x_0 - 5y - 5y_0 - 140 = 0$$

dosadíme souřadnice dotykového bodu

$$t_1 : 3x + 17y + 2x + 6 - 5y - 85 - 140 = 0$$

a upravíme na konečný tvar

$$t_1 : 5x + 12y - 219 = 0$$

Pracovní list :

1. Napiš rovnici tečny ke kružnici v bodě $T[3,4]$, $k: x^2 + y^2 = 25$
2. Napiš rovnici tečen ke kružnici $k: x^2 + y^2 + 4x - 10y - 140 = 0$ v průsečících s přímkou $q: x=3$
3. Urči d tak, aby přímka $y = 2x + d$ byla tečnou kružnice $k: x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$
4. Napiš rovnici tečny ke kružnici $k: (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$ v bodě $D[6,2]$.
5. Urči rovnici tečny ke kružnici $k: x^2 + y^2 = 4$. Tečna je kolmá na přímkou s rovnicí $p: 4x + 3y = 0$
6. Napiš rovnici tečny ke kružnici $k: x^2 + y^2 - 8x - y + 5 = 0$ rovnoběžné s přímkou $p: 2x - y + 2$

Zdroj :

**Končadrle, M., L. Boček: Analytická
geometrie pro gymnázia.**

*Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha,
1995.*