

Polára kružnice

5

Dr.Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

23.12.2012

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie - Kuželosečky -

Kružnice a přímka - Polára

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Středový tvar kružnice :

Bod X_0 vyhovuje rovnici kružnice

$$(x_0 - m)^2 + (y_0 - n)^2 = r^2 \quad (1)$$

Zároveň vyhovuje podmínce pro

Thaletovu kružnici nad $|X_1S|$

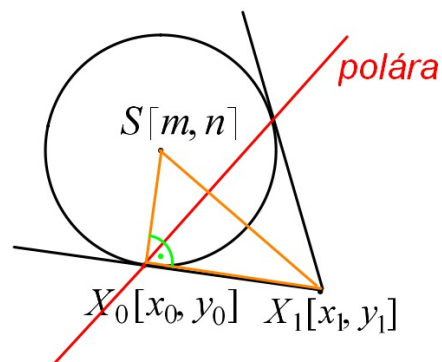
skalární součin vektorů $(x_0 - m)(x_0 - x_1) + (y_0 - n)(y_0 - y_1) = 0 \quad (2)$

rovnice 2 a 1 od sebe odečteme a získáme :

$(x_0 - m)(x_1 - m) + (y_0 - n)(y_1 - n) = r^2$, kde bod X_1 je známý
bod X_0 si určujeme.

Rovnice poláry má tvar:

$$(x - m)(x_1 - m) + (y - n)(y_1 - n) = r^2$$



Pokud je zadáný **obecný tvar kružnice**, postupujeme obdobně.

Rovnici kružnice rozepíšeme a dosadíme souřadnice vnějšího bodu.
Získanou rovnici poláry pak využijeme k určení dotykového bodu tečny.

Rovnice kružnice k : $x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0$

polára: $xx_1 + yy_1 - mx - mx_1 - ny - ny_1 + p = 0$

Př.5

Určete tečny ke kružnici vedené z bodu $O[0,0]$.

$$x^2 + y^2 + 10x + 10y + 49 = 0$$

1) polára : $xx_1 + yy_1 + 5x + 5y + 49 = 0$

$$O[0,0] : 5x + 5y + 49 = 0$$

2) vyjádříme dotykový bod $T \left[-y - \frac{49}{5}, y \right]$ a dosadíme do rovnice kružnice

získáme dvě řešení $T_1 \left[-\frac{28}{5}, -\frac{21}{5} \right]$ a $T_2 \left[-\frac{21}{5}, -\frac{28}{5} \right]$

3) Rovnici kružnice rozepíšeme

$$xx_0 + yy_0 + 5x + 5y + 49 = 0$$

a dosadíme souřadnice získaných dotykových bodů

$$_t_1: 3x - 4y \quad a \quad _t_2: -3x + 4y$$

Pracovní list :

1. Veď bodem $M[2,1,]$ tečny ke kružnici s rovnicí
 $k : (x - 5)^2 + (y - 10)^2 = 9$
2. Napiš rovnice tečen, které sestrojíme z bodu $M[0,-1]$ ke kružnici
 $k : (x - 2)^2 + y^2 = 1$
3. Urči odchylku tečen sestrojených z bodu $M[1,0]$ ke kružnici s rovnicí
 $k : x^2 + y^2 + 2x - 2 = 0$

Zdroj :

**Končadrle, M., L. Boček: Analytická
geometrie pro gymnázia.**

*Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha,
1995.*