

Elipsa a přímka

8

Dr. Brom Jiří

Gymnázium Týn nad Vltavou

28.12.2012

Výukový materiál pro Oktávu

Matematika - Analytická geometrie - Kuželosečky - Elipsa -

Elipsa a přímka

Využití - výklad a procvičení tématu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

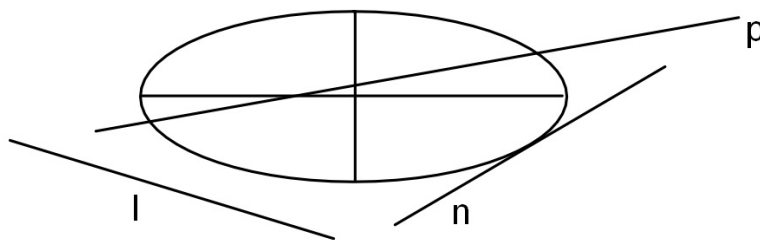


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Elipsa a přímka

Přímka s elipsou může mít dva průsečíky, jeden průsečík nebo může být vnější přímkou.



Při určení vzájemné polohy zpravidla dosazujeme z rovnice přímky do rovnice elipsy. U vznikající kvadratické rovnice je nejvýhodnější sledovat hodnoty diskriminantu D .

Pro přímku p bude D větší než nula - 2 průsečíky s elipsou

pro přímku n bude D roven nule - 1 průsečík s elipsou

pro přímku l bude D menší než nula - žádný vzájemný průsečík.

Př.1:

Urči vzájemnou polohu přímky s rovnicí $4x + 5y = 140$ a elipsy s rovnicí $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$

Vyjíždíme například $x = 35 - \frac{5y}{4}$ a dosadíme do rovnice elipsy

Po úpravě získáme kvadratickou rovnici $y^2 - 28y + 192 = 0$

s kořeny $y_1 = 16 \Rightarrow x_1 = 15 \quad T_1[15, 16]$

$y_2 = 12 \Rightarrow x_2 = 20 \quad T_2[20, 12]$

Přímka je tedy sečnou se dvěma průsečíky.

Př.2:

Napiš rovnici tečny elipsy, která je kolmá na přímku
 $q: y = 2x + 6$, elipsa: $x^2 + y^2 - x - 2y = 0$

pro směrnice kolmých přímek platí $k_1 k_2 = -1$

k_1 je 2, tedy $k_2 = -\frac{1}{2}$

druhá přímka má proto vyjádření $y = -0,5x + d$

nyní dosadíme do rovnice elipsy

$$x^2 + (-0,5x + d)^2 - x - 2(-0,5x + d) = 0$$

$$1,25x^2 - xd + d^2 - 2d = 0$$

$$a = 1,25, \quad b = d, \quad c = d^2 - 2d$$

$$D = -4d^2 + 10d, \text{ z podmínky pro } D = 0 \text{ plyne } d_1 = 0, \quad d_2 = 2,5$$

získáme dvě tečny $t_1: y = -0,5x$, $t_2: y = -0,5x + 2,5$

Pracovní list :

1. Urči průsečíky elipsy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ s přímkou o rovnici $y=x$
2. Urči průsečíky přímky $p : y = x$ s elipsou, která má obecné vyjádření $x^2 + 5y^2 - 12x - 50y + 141 = 0$
3. Urči q tak, aby přímka $y = 2x + q$ byla tečnou elipsy s rovnicí $4x^2 + 9y^2 = 36$
4. Diskutuj vzájemnou polohu přímky $p : y = x + c$ a elipsy s vyjádřením : $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
5. Napiš rovnici tečny elipsy, která je rovnoběžná s přímkou $p : y = 2x - 3y = 0$, elipsa : $x^2 + 9y^2 - 5 = 0$
6. Napiš rovnici tečny elipsy, která svírá úhel $\alpha = 45^\circ$, s elipsou $x^2 + y^2 - x - y - 4 = 0$

Zdroj :

**Končadrle, M., L. Boček: Analytická
geometrie pro gymnázia.**

*Nakladatelství Prometheus s.r.o, Praha,
1995.*